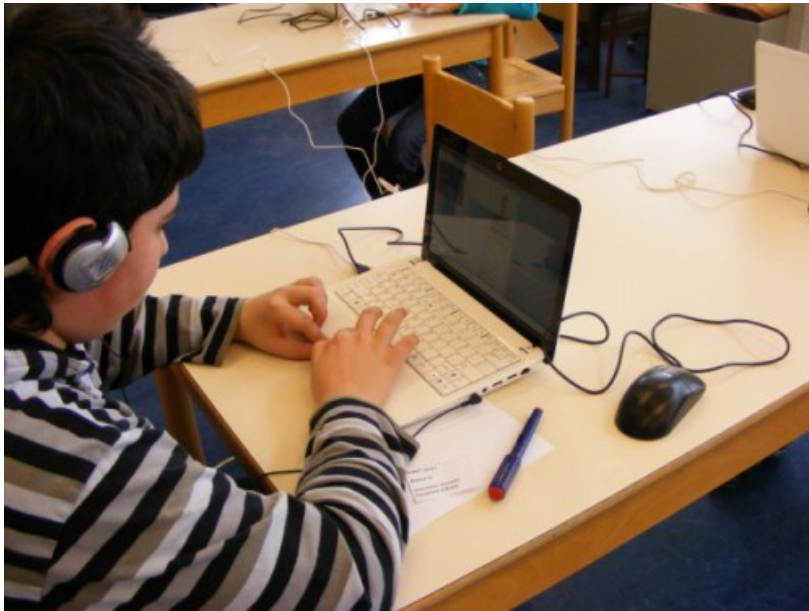


Effectieve rekeninstructie met hulp van computers

Overzicht en voorbeelden vanuit onderzoek



E. Harskamp & A. Jacobse,
GION/ RuG
Juli, 2011

Samenvatting

De kwaliteit van het rekenonderwijs is in opspraak. De rekenresultaten van Nederlandse basisschoolleerlingen nemen door de jaren heen af en Nederland staat internationaal niet langer in de top tien lijst. We gaan in dit artikel na wat uit onderzoeksexperimenten in scholen de afgelopen jaren naar voren is gekomen over effectieve instructiemethoden voor het verwerven van rekenvaardigheden. Er wordt vooral gekeken naar de rol van de leerkracht en de computer. Een groot voordeel van het gebruik van computerprogramma's is dat ze individuele leerlingen gepaste uitleg en feedback kunnen geven. Dat kan een leerkracht niet in die mate als een computerprogramma dat kan.

Bij gebruik van computers blijkt, net als bij schriftelijke methodes, dat goede rekenprestaties vooral zitten in een systematisch aanbod van de leerstof, regelmatige oefening en gebruik van visualiseringen die passen bij strategiegebruik van leerlingen.

Algemene en methodegebonden software is bekeken. Algemene software bevat minder vaak instructie en inhoudelijke feedback voor de leerlingen. In methodegebonden software is er meestal de mogelijkheid om de instructie uit de rekenlessen te herhalen en er wordt inhoudelijke feedback gegevens als opgaven fout worden beantwoord. Ook wordt daarin vaker een overzicht van fouten geboden. Zowel de algemene als de methodegebonden programma's zijn gericht op kennisoverdracht en oefening. De leerling heeft weinig mogelijkheden om zelf keuzes te maken en nieuwe kennis te ontdekken.

Er worden voorbeelden gegeven van het gebruik van software dat is onderzocht op effectiviteit voor de leerlingen. In de programma's wil men dat de leerlingen eerst de basis begrijpen voordat ze zelf op onderzoek uitgaan of kennis gaan toepassen. Meest kenmerkend voor deze succesvolle programma's is dat er bij een opgave voor de leerling altijd hulp op de achtergrond is. Leerlingen mogen zelf kiezen welke volgorde ze opdrachten doen en of ze hulp willen gebruiken als ze niet verder kunnen.

In dit verslag is uiteengezet dat de rol van de leerkracht bij de inzet van computers in het (reken)onderwijs van cruciaal belang is. Als ICT op een effectieve manier wordt ingezet in het rekenonderwijs kan het bijdrage leveren aan het verbeteren van de leerprestaties van leerlingen. In eerste instantie zal dit nog vaak gebeuren met software die alleen gericht is op kennisoverdracht. Maar door opgaven van de software via het digibord op een open manier aan te bieden kan met leerlingen ook aan kennisconstructie worden gewerkt. Het verbeteren van gebruik van ICT lijkt in eerste instantie een inhoudelijk probleem. Met rekensoftware kunnen oefeningen op alle onderdelen van het rekenen op verschillende niveaus worden aangeboden. De leerkracht moet een overzicht van de klas hebben en weten welke groepjes leerlingen welke leerstof aankunnen of nodig hebben. Dat geldt niet alleen voor het individueel verwerken van de leerstof maar ook voor het geven van groepsinstructie met het digibord.

Inhoudsopgave

1. Inleiding	4
2. Onderzoek naar instructie van rekenvaardigheden	6
3. Beschikbare computerprogramma's rekenen	10
3.1 Algemene oefenprogramma's	10
3.2 Methodegebonden software	13
3.3 Huidig gebruik van computerprogramma's in de lespraktijk	14
4. Voorbeelden van effectieve computerondersteuning	17
4.1 Een overzichtstudie	17
4.2 Voorbeelden van software	18
5. Effectief computergebruik veronderstelt een actieve rol van de leerkracht	24
6. Conclusie en aanbevelingen	27
Literatuur	30

1. Inleiding

Het Nederlandse rekenonderwijs is in opspraak geraakt. Leerlingen zouden minder rekenvaardig zijn dan vroeger en leerkrachten zouden minder goed rekenonderwijs geven en leerlingen veel te veel zelfstandig laten werken. Welke aanwijzingen zijn er die deze onrust veroorzaken?

Het periodieke peilingonderzoek voor rekenen-wiskunde in het primair onderwijs laat zien dat het niveau van leerlingen eind groep 8 van de Nederlandse basisschool tussen 1974 en 2004 gemiddeld genomen niet is vooruitgegaan. Er is een kleine vooruitgang op het gebied van getalbegrip en schattend rekenen en een kleine achteruitgang op het gebied van cijferend vermenigvuldigen en delen, meten en ruimtelijke meetkunde (Schoot, 2008). De situatie in het speciaal onderwijs is tevens zorgwekkend te noemen: de meeste leerlingen verlaten het basisonderwijs met drie jaar achterstand in kennis en vaardigheid ten opzichte van de gemiddelde basisschoolleerling. De Inspectie van het onderwijs (2008) stelt vast dat 42% van de basisscholen meent dat zij leerlingen hebben die onder de verwachtingen presteren en daarbij baseren de scholen hun oordeel op de resultaten van zelf afgenomen rekentoetsen. Scholen ondernemen activiteiten om rekenachterstanden terug te dringen, maar beschikken meestal niet over indicaties dat dit met succes gebeurt. Internationaal TIMMS-onderzoek laat zien dat er in 2007 in vergelijking met 1995 een achteruitgang is in de rekenprestaties van de Nederlandse leerlingen ten opzichte van de leerlingen in de ons omringende landen (Mullis et al, 2008).

Een onderliggend probleem is dat het op de PABO-opleiding niet goed gesteld is met de rekenvaardigheden van studenten. Veel leerkrachten in spe hebben moeite om bij aanvang van de opleiding niveau groep 8 van de basisschool te bereiken (Straetmans & Eggen, 2005). Op de PABO is er weinig tijd beschikbaar voor verdieping van de reken-wiskundekennis van studenten en weinig tijd om te leren hoe je rekenen aan leerlingen uitlegt en welke rekenstof de kern van het curriculum vormt (gemiddeld zijn er 52 klokuren in de hele PABO-opleiding voor het vak rekenen, zie Keijzer & Van Os, 2002).

Een recent rapport van de Koninklijke Academie voor Wetenschappelijk onderzoek heeft een overzicht gegeven van Nederlands onderzoek naar de relatie tussen rekendidactiek en rekenvaardigheid (KNAW, 2009). Het gaat om empirische studies die de laatste twintig jaar in Nederland zijn verricht naar de effecten van instructie op de rekenprestaties van leerlingen van 4 tot 12 jaar. In het overzicht van KNAW valt de conclusie op dat het onderzoek niet zo zeer gaat om het verschil in een realistische rekendidactiek versus een didactiek van directe instructie. Het gaat voor leerprestaties waarschijnlijk veel meer om de manier waarop het onderwijsaanbod uit de rekenmethodes feitelijk wordt gegeven en welke nuances de docent aanbrengt voor verschillende leerdoelen en groepen leerlingen. Er zijn geen aanwijzingen dat het verschil in realistische versus directe instructie methodes veel uitmaakt voor de rekenprestaties, maar wel dat het minder goed gaat met de rekenprestaties dan vroeger het geval was.

De vraag is: Waar is deze teruggang aan toe te schrijven? Mogelijk ligt er nu minder nadruk in het rekenonderwijs op instructie en oefening dan vroeger. Het landenvergelijkend TIMMS-onderzoek (Mullis et al, 2008) doet vermoeden dat het Nederlandse rekenonderwijs de afgelopen 10 jaar steeds meer is geïndividualiseerd ten opzichte van ontwikkelingen in het buitenland. Zelfstandig werken (alleen of in groepjes) is een veel gebruikte werkvorm. Er wordt in Nederlandse basisscholen in vergelijking met basisscholen uit andere landen beduidend minder lestijd besteed aan het geven van instructie en uitleg aan leerlingen en meer aan het zelfstandig laten werken. Op veel Nederlandse basisscholen volstaat men vaak met twee keer per week een centrale instructie en daar tussendoor instructie aan groepjes leerlingen.

Onderzoek van de Inspectie van het Onderwijs (2008) laat zien dat scholen met goede versus slechte rekenprestaties van leerlingen doorgaans verschillen op de factoren:

- a) systematische evaluatie van de rekenprestaties in relatie tot het onderwijsaanbod,*
- b) het aanbieden van de basisleerstof voor alle leerlingen en extra leerstof voor goede rekenaars in elk leerjaar,*
- c) taakgerichte werksfeer en hoge actieve leertijd op school,*
- d) regelmatige en duidelijke uitleg en het onderwijzen van strategieën voor leren en probleemoplossen,*
- e) planmatige zorg met extra programma's voor leerlingen die achterblijven.*

Ook uit internationaal onderzoek blijkt dat de leertijd en de regelmatige uitleg en gesprekken van de leerkracht met de leerlingen tijdens de rekenles van groot belang is voor de rekenprestaties. Hiebert en Grouws (2007) geven in een recent overzicht van onderzoek naar rekeninstructie aan dat factoren beschikbare lestijd, leerstofaanbod en actieve leertijd nog steeds de meest belangrijke voorspellers zijn van goede rekenprestaties. De onderzoekers menen echter dat daarnaast de wijze van instructie een bijdrage levert aan de rekenprestaties. Een zekere variatie in instructie is nodig. Voor het leren van rekenfeiten en procedures is volgens Hiebert en Grouws een directe instructiewijze van stap voor stap uitleggen en inoefenen het meest effectief, maar voor het onderwijzen van rekenbegrippen en het leren oplossen van problemen is een andere instructiewijze gewenst. Voor dit laatste denken zij dan aan instructiemethoden die de nadruk leggen op discussie over oplossingswijzen, samenwerkend leren door leerlingen en het bewust leren gebruiken van oplossingsstrategieën. Onderzoek van Kennisnet (2010) laat zien er al veel gebruik gemak wordt van computers in het basisonderwijs. Tegelijkertijd is duidelijk gemaakt dat het gebruik van computers in de rekenles systematischer kan worden opgezet, met meer profijt voor de leerlingen (Smeets, 2005).

We zullen in dit artikel nagaan wat uit onderzoeksexperimenten in scholen de afgelopen jaren naar voren is gekomen over effectieve instructiemethoden voor het verwerven van rekenvaardigheid en toepassing. Er wordt vooral gekeken naar de rol van de leerkracht en de computer.

2. Onderzoek naar instructie van rekenvaardigheden

Welke wetenschappelijke kennis is er nu over de vraag op welke manier rekenonderwijs aan leerlingen het meest effectief kan worden gegeven? .

Er zijn een aantal overzichtsstudies gedaan om deze vraag te beantwoorden. Kroesbergen en van Luit (2003) onderzochten bijvoorbeeld het onderwijs aan leerlingen met een leerachterstand. Zij vonden dat de instructiemethode (het geven van directe instructie in een standaard oplossing voor optellen, aftrekken, vermenigvuldigen of delen) in vergelijking met het kinderen zelf laten ontdekken van hun oplossingswijzen meestal niet in het voordeel is van zwakke rekenaars. Er waren geen verschillen voor goede rekenaars. Die kunnen op beide manieren leren rekenen. Xin en Jitendra (1999) vonden ook dat zwakke leerlingen baat hadden bij directe instructie van rekenkennis.

Jacobse en Harskamp (2011) onderzochten studies van 2000 tot 2010 in gebieden van het rekenonderwijs die internationaal als erg belangrijk kunnen worden gezien. De vijf gebieden die zij gebruikten komen goed overeen met de Nederlandse standaarden en leerlijnen voor Rekenen (Expertgroep doorlopende leerlijnen, Commissie Meijerink, 2008). De gebieden worden hieronder kort toegelicht.

1) *Getalbegrip* (ook wel 'number sense' genoemd).

Het gaat hierbij om de vaardigheid om hoeveelheden te begrijpen, te schatten en te manipuleren. Dit is de basis van rekenvaardigheid en het centrale doel van het rekenen in groep 2 en 3. Er zijn verschillende interventiestudies op dit terrein zowel voor doorsnee kinderen als voor kinderen met rekenachterstanden. In de meeste onderzoeken kregen de kinderen elke dag korte speelse oefeningen van ongeveer een half uur in verschillende aspecten van getalbegrip. Bijvoorbeeld het tellen van voorwerpen en heen- en terug-tellen vanaf een getal, het vergelijken van hoeveelheden en getallen, veranderingen in aantallen (optellen en aftrekken) en meten van lengte, gewicht en volume met natuurlijke maten. Het getalbegrip werd vooral door het systematische en dagelijkse aanbod van deze activiteiten gestimuleerd. De activiteiten werden aangeboden met behulp van boeken, rijmpjes en versjes, computer spelletjes, rollen spel, projecten en kringgesprekken. Dit zijn activiteiten die leerkrachten uit groep 1 en 2 wel kennen en waarmee ze vanuit het programma zelf een dagelijks rekenaanbod hebben samengesteld. Uit het onderzoek blijkt dat een dergelijk programma een groot effect heeft op de rekenvaardigheden van leerlingen en dat dit effect ook in groep 3 merkbaar is. Het effect werd meestal vergeleken met de resultaten van de bestaande onderwijspraktijk in groep 1 en 2 of met een ander programma dat minder systematisch was opgezet.

2) *Rekenbewerkingen*.

Het gaat om het kennen van rekenfeiten (bijvoorbeeld de optel- en aftreksommen tot 20 en de vermenigvuldigtafels) die leerlingen in hogere leerjaren uit het hoofd moeten kennen om ze vervolgens te kunnen toepassen in rekenprocedures bij het rekenen met grote getallen. Op dit terrein zijn er veel interventiestudies verricht over hoe je effectief les kunt geven. Het centrale thema in de onderzoeken naar de hoofdbewerkingen is meestal hoe de begripsmatige kennis (het begrijpen van getallen en rekenregels) en de procedurele kennis (het kunnen uitrekenen)

het best kunnen worden ondersteund met de hulp van visuele hulpmiddelen. Rekenblokken, de getallenlijn, het honderdveld, het positie-schema zijn bekende fundamentele modellen die het begrip en het rekenen kunnen ondersteunen. In het onderzoek gaat het er vaak om leerlingen te trainen in het strategisch gebruik van de visualiseringen. Dat kan gebeuren door directe instructie, maar ook door indirecte instructie waarbij de leerkracht de leerlingen eerst zelf laat zoeken naar oplossingen. Directe instructie is over het algemeen het effectiefst voor zwakke leerlingen. Indirecte instructie is voor sommige groepen wellicht effectiever (meer verbale leerlingen, meisjes) omdat het een groot beroep doet op communicatie met anderen. In dit onderzoek wordt vrij veel gebruik gemaakt van computerprogramma's om de visuele modellen en de training in strategiegebruik vorm te geven.

3) *Verhoudingsrekenen.*

Het gaat om het begrip van en het rekenen met breuken, kommagetallen, verhoudingen en procenten. Er zijn interventiestudies verricht op dit terrein, maar veel minder dan in andere rekenonderdelen. De onderzoeken laten zien dat visualisering van het rekenen met breuken, procenten of verhoudingen een belangrijke rol kunnen spelen in de begripsvorming van leerlingen. Het blijkt dat een variatie aan probleemsituaties, visuele modellen waarin verbanden tussen breuken en procenten worden gelegd en uitgewerkte voorbeelden voor de leerlingen belangrijke ingrediënten zijn voor het leren rekenen met verhoudingen. In de onderzoeken werd steeds een compleet programma voor breuken, decimale getallen, procenten of verhoudingen aangeboden met een systematische opbouw van opgaven. Het is van het grootste belang dat in het oog te houden. Hierin ligt waarschijnlijk een groot verschil met de bestaande rekenmethodes waarin leerlijnen door elkaar lopen en de opbouw per rekenonderdeel niet duidelijk herkenbaar is. Programma's worden in de onderzoeken door een leerkracht aangeboden of door de leerkracht in combinatie met een computerprogramma..

4) *Metten en meetkunde.*

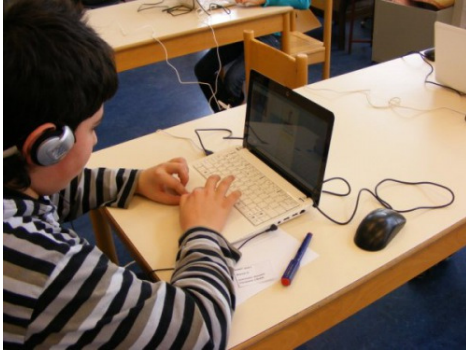
Dit onderdeel betreft het kunnen schatten en rekenen met verschillende maateenheden voor lengte, oppervlakte en inhoud. En omgaan met ruimtelijke situaties, zoals routes, ruimtelijke bouwsels en aanzichten. Op dit onderdeel zijn relatief weinig interventiestudies gedaan.

Onderzoek naar meten van lengte laat zien dat de overgang van tellen en afmeten naar het rekenen met afstand en lengte bij leerlingen geleidelijk aan verloopt. Het gaat om de overgang van handig tellen en verdelen naar rekenen met verschillende maateenheden. Bij het leren berekenen van oppervlakte wordt, door middel van het bedekken van oppervlakte met vierkanten, eerst het herhaald optellen benadrukt. Het optellen en denken in rijen naast elkaar moet uitmonden in het begrip van een meetrooster waarbij tegelijk de rijen en kolommen van belang zijn. Voor verfijnd meten van onregelmatige figuren is het kunnen denken in hele en halve rechthoeken (o.a. driehoeken) van belang en daarvoor heeft de leerling inzicht in geometrische figuren nodig. Het onderzoek dat zich daarop richt maakt veel gebruik van virtuele visualisering waarbij in een computerprogramma van ruimtelijke figuren aanzichten kunnen worden verkregen of uitslagen en waarin platte figuren in onderdelen kunnen worden ontleed. De programma's hebben wisselend positieve effecten. Aangeraden wordt de basis voor meten, metriekstelsel en meetkunde in de onderbouw van de basisschool te leggen

aangezien deze basis gaat om inzichten die langzaam groeien en die gespreide oefening vergen.

5) *Probleemoplossen.*

Er zijn veel onderzoeken naar effectieve instructie in het rekenonderwijs op het gebied van het



oplossen van zogenoemde toepassingsopgaven (word problems). Het kunnen oplossen van rekenproblemen in een context is een van de hoofddoelstellingen van het rekenen. Het boeit onderzoekers dat leerlingen vaak wel het rekenen met kale sommen beheersen, maar dat ze dezelfde sommen niet kunnen herkennen en oplossen als ze verpakt zijn in een probleemsituatie. Toepassingsopgaven zien er steeds weer anders uit

(andere teksten met andere afbeeldingen). Het goed lezen en analyseren ervan en het herkennen van een somtype in de opgave zijn vaak de moeilijkheid en niet het uitrekenen op zich.

Het onderzoek laat zien dat het effectief is om leerlingen te leren om zich episodes in het probleemoplossen bewust te maken door zichzelf vragen te stellen. De helft van de studies houdt zich vooral bezig met de eerste episodes en zien het leren oplossen van toepassingsopgaven vooral als het systematisch leren lezen en analyseren van de opgavetekst. In die onderzoeken wordt leerlingen met succes geleerd om zichzelf af te vragen waar de opgave over gaat, hoe er een schema van is te maken en welke som er dan uit het schema naar voren komt. Door uitgewerkte voorbeelden te geven en die geleidelijk aan af te bouwen, zijn vooral bij zwakke leerlingen goede resultaten te behalen met deze aanpak. Men richt zich per onderzoek meestal op een bepaald rekenonderdeel, bijvoorbeeld het optellen en aftrekken tot 100 omdat daarin een beperkt aantal typen opgaven kan worden onderscheiden die de leerlingen moeten leren herkennen. De andere studies gaan uit van een totaalbenadering. Het onderzoek leert leerlingen vooral om zichzelf op een systematische manier vragen te stellen en daar zelf (of met hulp van een computerprogramma) antwoord op te geven. Bijvoorbeeld: Waar gaat de opgave over en wat is de vraag? Wat zijn de belangrijkste gegevens en kan ik daarmee een samenvatting van de situatie geven? Wat voor soort som(men) heb ik hier nodig? Hoe reken ik het uit? Past mijn antwoord bij de vraag? In het onderzoek naar effectieve instructiemethoden voor het oplossen van toepassingsopgaven wordt vaak gebruik gemaakt van computerprogramma's die met hulp en informatie de leerling per opgave ondersteunen.

Bovenstaand overzicht geeft aan dat succes in het bereiken van goede rekenprestaties vooral zit in een goede opbouw en systematisch aanbod van de leerstof, regelmatige oefening en gebruik van visualiseringen die passen bij strategiegebruik. Er is geen eenduidige uitspraak te doen over de meest effectieve manier van lesgeven: meer zelf laten uitzoeken (indirecte instructie) of meer voordenkend en doen (directe instructie). Voor zwakke rekenaars is directe instructie waarschijnlijk het meest effectief als het gaat om het leren verwerven van begrippen en basisvaardigheden.

Een deel van het onderzoek is met behulp van computerprogramma's uitgevoerd. Een groot voordeel van het gebruik van computerprogramma's is dat ze individuele leerlingen gepaste uitleg en feedback kunnen geven. In het onderwijs is het aanpassen van instructie aan individuen in de klas ondoenlijk voor de leerkracht. Instructieprogramma's aangeboden via de computer kunnen dat wel. Deze programma's worden meer en meer gezien als noodzakelijke aanvulling op het lesgeven. In sommige gevallen kan de leerkracht volstaan met het voorbereiden van leerlingen op het werken met het programma en kunnen leerlingen daarna zelf hun weg vinden in het instructieprogramma.

De effectiviteit van computerondersteuning is ook onderzocht. In een overzichtsstudie geven Li en Ma (2010) aan dat instructie met computers in effectief kan zijn. Hun analyse is gericht op basis en voortgezet onderwijs en maakt geen onderscheid naar het effect van ICT voor verschillende onderdelen van het rekenen in de basisschool. In de volgende hoofdstukken wordt besproken wat er bekend is over Nederlandse educatieve computerprogramma's voor rekenonderdelen als getalbegrip hoofdbewerkingen, breuken en meten.

3. Beschikbare computerprogramma's rekenen

3.1 Algemene oefenprogramma's

In 2009 maakte 70% van de leerkrachten in het basisonderwijs gebruik van methodegebonden software en 77% maakte gebruik van specifieke software die gericht is op het oefenen van leerstof. Dit digitale leer materiaal waarderen leerkrachten het meest als leerlingen er zelfstandig mee kunnen werken, er extra oefenstof wordt aangeboden en leerlingen op hun eigen niveau kunnen werken (Kennisnet, 2010). Rekenvaardigheden kunnen op twee manieren door gebruik van de computer worden ondersteund. Allereerst door kennisoverdracht, waarbij het gaat om het verwerven van rekenbegrippen en rekenvaardigheden. De computerprogramma's bieden veel rekenoefening aan. Het gaat om alle onderdelen van het rekenen van getalbegrip en rekenen tot 20 tot het oefenen met het metriek stelsel, breuken en procenten. Daarnaast zijn er soms programma's die tot doel hebben om kennisconstructie op gang te brengen bij leerlingen. Bij kennisconstructie gaat men er vanuit dat leerlingen met steun van een computerprogramma nieuwe inzichten ontwikkelen en bestaande kennis toepassen in andere situaties. De software moet een rijke leeromgeving bieden die de leerling uitdagende situaties biedt en hen daarbij allerlei hulp verschaft. Zo kan er bijvoorbeeld software worden aangeboden waarin leerlingen ontdekken hoe verhoudingen werken door na te gaan hoever een bootje op een bepaalde hoeveelheid dieselolie kan varen en of er extra olie mee moet voor de tocht.

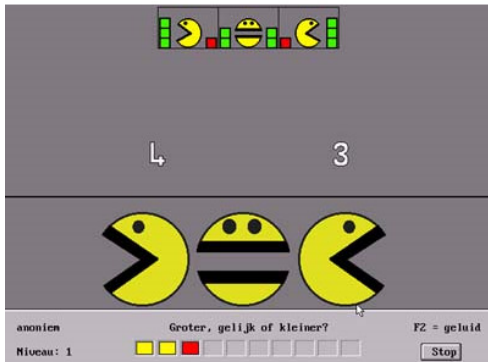
De meningen verschillen over de beste manier om rekenvaardigheden aan te leren: instructie gericht op kennisoverdracht versus aanbod van situaties om kennis te verdiepen en zelf nieuwe kennis te ontwikkelen. Vaak wordt vanuit de rekenmethode een mengvorm gebruikt waarbij kinderen eerst met behulp van contextopgaven ontdekken hoe een rekenvaardigheid kan worden gebruikt (denk aan pizza's verdelen om tot begrip van breuken te komen) waarna instructie volgt. Daarnaast wordt er in de rekenmethoden kennis overgedragen door middel van oefeningen. De vraag is waar de software van de rekenmethodes zich op richt: is er zowel aandacht voor kennisoverdracht als kennisconstructie?

De Stichting voor de Leerplanontwikkeling heeft overzichten samengesteld van beschikbare educatieve software in Nederland. Wanneer op www.leermiddelenplein.nl gezocht wordt op rekensoftware, blijken zo'n 147 programma's beschikbaar te zijn voor het basisonderwijs. Er is een selectie gemaakt van programma's voor de basisschool die alleen zijn gericht op het rekenen en op en of meer van de rekenonderdelen: getalbegrip, bewerkingen met hele getallen, verhoudingsrekenen (breuken, procenten en verhoudingen), meten, meetkunde en toepassingsopgaven oplossen. Er blijven 74 programma's over die kunnen worden onderverdeeld in de rekenonderdelen en daarvoor oefenstof bieden. De andere programma's zijn niet specifiek voor de basisschool of bevatten een variatie aan oefeningen op verschillende onderwerpen of vakgebieden. Voor elk rekenonderdeel is het aantal beschikbare computerprogramma's weergegeven in tabel 3.1.

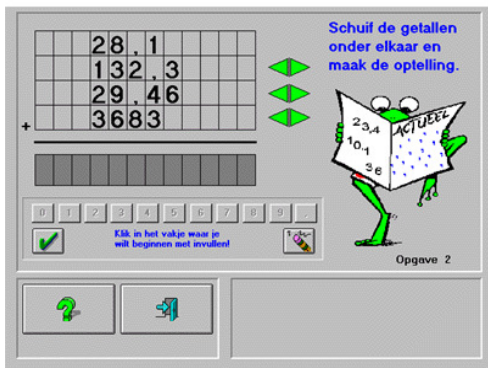
Tabel 3.1 Aantal computerprogramma's beschikbaar via www.leermiddelenplein.nl

Getalbegrip	Bewerkingen	Verhoudingsrekenen	Meten	/ Toepassingsmeetkunde	Toepassingsopgaven
14	42	12	3	3	

De meeste software is beschikbaar voor Bewerkingen, Getalbegrip en Verhoudingsrekenen en de minste programma's zijn er voor meen en meetkunde en Toepassingsopgaven oplossen. We bespreken een aantal voorbeelden uit beide categorieën.



Figuur 3.1 Verkennen van getallen



Figuur 3.2 Kommagetallen



Figuur 3.3 Meten en meetkunde

Voor getalbegrip is er bijvoorbeeld het computerprogramma *Verkennen van getallen*. Er wordt oefening geboden met munten, kralenrek en getallenlijn met verschillende niveaus en deze worden automatisch aangepast aan de behaalde resultaten. Figuur 2.1 laat zien dat leerlingen moeten aangeven of het getal 4 (links) groter, gelijk, of kleiner is in vergelijking met het getal 3 (rechts).

Kommagetallen is een programma voor decimale getallen. Het programma biedt de volgende oefeningen: overbodige nullen weg, als een kommagetal schrijven; waarde van de cijfers in het kommagetal aangegeven; kommagetallen groter en kleiner maken (10 x 100 x etc.) en optellen en aftrekken. In het voorbeeld moeten de kommagetallen goed onder elkaar worden geschoven en dan worden opgeteld.

Met en meetkunde is een programma voor het gebruiken en omrekenen van maten, het aflezen van instrumenten, het herkennen van vormen herkennen en toepassen, en spiegelingen en symmetrie herkennen (figuur 2.3). Er zijn zes hoofdrubrieken van oefeningen. Voor de oefening begint is er uitgebreide instructie. In de figuur staat de instructie over inhoudsberekening. Tijdens de oefeningen wordt na een fout antwoord feedback met extra uitleg gegeven. Er zijn vele oefenopgaven.

Mullender - Wijnsma & Harskamp (2011) analyseerden de beschikbare software voor rekenen op de website van het leermiddelenplein van de SLO (zie boven). Ze bekeken de doelstellingen van de software (gericht op kennisoverdracht of gericht op kennisconstructie door leerlingen zelf) en hun vormgeving als instructieprogramma. Hun conclusie is dat van de rekensoftware grotendeels is gericht op kennisoverdracht. Maar ongeveer 5% van het leermateriaal richt zich op kennisconstructie. Er is nagegaan in welke mate de beschikbare leermiddelen zich richten op belangrijke onderdelen van instructieprogramma's. Alessi en Trollip (2001) benadrukken dat een goed instructieprogramma moet voldoen aan een bepaalde structuur. Ten eerste moet het programma een introductie bevatten waarin de lerende een overzicht krijgt van wat het programma biedt en hoe ver de leerling is in het programma. De introductie wordt gevolgd door een cyclus van vier stappen die zich herhaaldelijk afspeelt: (1) een onderdeel (les) wordt geselecteerd en de leerling krijgt instructie, (2) de leerling krijgt een verwerkingsopgave en geeft antwoord, (3) het programma controleert of het antwoord goed is, (4) de leerling ontvangt feedback over het antwoord (meestal goed / fout) en inhoudelijke aanwijzingen om het antwoord te verbeteren. Dan gaat de leerling door of herhaalt de opgave. Voor de inpassing in het onderwijs is het verder van belang dat er voor de leerkracht (5) een overzicht wordt geregistreerd is van de gemaakte opgaven en (6) een analyse wordt gemaakt van de fouten die de leerling maakt, met het oog op (7) planning van aangepaste herhaling als dat nodig is. Het programma kan een voorstel voor een planning leveren op grond van de analyse van fouten. Er wordt een onderscheid gemaakt in algemene software die rekenstof biedt zonder gebonden te zijn aan een rekenmethode en methodegebonden software die stof biedt afkomstig uit en parallel aan de leerstof in de rekenmethodes.

We geven een overzicht hoe de beschikbare algemene software is uitgewerkt (Wijnsma en Harskamp, 2011):

1) Introductie.

De rekensoftware geeft meestal een overzicht van de leerstof en vaak ook de opgaven die een leerling heeft gemaakt (65% van de programma's), zodat de leerling weet wat nog te doen en hoe goed het tot dan toe is gegaan.

2) Instructie en feedback.

De rekensoftware geeft meestal een korte instructie over de werking van het programma. Maar inhoudelijke instructie wordt weinig gegeven. Feedback van het programma aan de leerlingen als ze een vraag hebben beantwoord is meestal niet inhoudelijk maar vooral van het type "goed/ fout" feedback. In zo'n 5% van de programma's wordt er instructie gegeven over de manier waarop opgaven kunnen worden opgelost, dat is erg weinig. De kinderen hebben voorafgaand aan het werken met de rekensoftware dus al de basiskennis nodig. Die kennis zal door de leerkracht overgedragen moeten worden.

3) Oefenen.

Alle programma's zijn gericht op het oefenen van rekenvaardigheden. In sommige programma's zijn enkele oefeningen erop gericht om zelf kennis te construeren, maar bij de meeste programma's en oefeningen gaat het om het geven van een goed antwoord. Soms

(vooral bij rekenfeiten oefenen) doet de snelheid van antwoorden ertoe. Vaak is er een mogelijkheid om op verschillende niveaus te oefenen. Dit zorgt er voor dat veel software ingezet kan worden ingezet in verschillende groepen van het basisonderwijs. Het grootste deel van de programma's is bedoeld voor de bovenbouw van het basisonderwijs. .

4) *Registratie.*

Meer dan 80% van de rekensoftware stelt de resultaten beschikbaar voor de leerkrachten. Meestal wordt er geen overzicht gegeven van de werkwijze van de kinderen.

5) *Analyseren.*

De fouten worden door zo'n 60% van de programma's aan de leerlingen getoond. Er wordt echter minder aandacht besteed aan het vinden van goede oplossingen. Een aantal programma's geven hier wel ondersteuning, zij bieden bijvoorbeeld een rekenrek aan of laten zien hoe de oplossing het best gevonden kan worden.

6) *Plannen.*

Ongeveer 15% van het digitale leermateriaal geeft leerlingen ondersteuning bij het doorlopen van het leertraject. Deze programma's passen zelf het niveau van de leerstof aan op het prestatieniveau van de kinderen. De overige programma's bieden de mogelijkheid aan leerkrachten om per leerling een niveau te bepalen of kennen geen aanpassingen aan het niveau van de kinderen.

3.2 Methodegebonden software

Naast deze algemene oefenprogramma's hebben alle veelgebruikte rekenmethodes hebben op dit moment ook een bijpassend softwarepakket. Aan de vormgeving van deze rekenprogramma's is over het algemeen veel aandacht besteed. We beschrijven hieronder de software van de rekenmethodes: 1) Wizwijs (Zwijsen), 2) Alles telt (Thieme Meulenhoff), 3) De Wereld in Getallen (Malmberg), 4) Pluspunt (Malmberg), 5) Rekenrijk (Noordhoff) en 6) Reken zeker (Noordhoff).

De punten van beoordeling zijn afkomstig van Mullender-Wijnsma e.a. (20011):

Introductie.

De programma's bij de methodes geven alle een introductie met een overzicht wat de leerling gaat doen.

Instructie en inhoudelijke feedback.

Bij Wizwijzer moet de instructie moet worden gegeven door de leerkracht bij het leerlingenboek. De leerlingen zien alleen of ze een goed of fout antwoord geven. Er wordt geen hulp aangeboden Alles Telt: de les in het computerprogramma begint altijd met een uitleg-animatie. De stof uit het leerlingenboek wordt nog een keer uitgelegd. De leerlingen krijgen een korte hint als ze een fout antwoord geven. De Wereld in Getallen en Pluspunt: de instructie wordt door de leerkracht bij het leerlingenboek gegeven. Daarnaast is er voorbeeldinstructie in het programma. De leerlingen krijgen goed/fout feedback. Bij een fout proberen ze het nog eens. Rekenrijk: instructie door de leerkracht, aansluitend de oefeningen. De leerlingen kunnen zien of ze een opdracht voldoende hebben afgerond. Reken Zeker: de

instructie wordt gegeven door de leerkracht. Bij een fout antwoord wordt hulp geboden. Ook kunnen kinderen gebruik maken van bijvoorbeeld visuele hulpmiddelen: MAB-materiaal, digitaal rekenrek etc.

Oefening.

Bij elke les of elk blok geven de programma's oefeningen. De oefeningen zijn vaak gevarieerd en er zijn spelletjes ter afwisseling/ beloning.

Registratie.

In alle programma's worden de vorderingen van de leerlingen bijgehouden

Analyseren.

Overzicht van fouten is er in elk programma, maar geen foutenanalyses.

Planning.

De meeste programma's passen zich niet automatisch aan het niveau van de leerling. De leerkracht kan wel aangeven wat een leerling moet oefenen. De software bij De Wereld in Getallen en Pluspunt schakelt binnen een oefening automatische door naar een hoger of lager niveau, afhankelijk van de prestaties van de leerling. De leerkracht kan, net als bij de andere programma's, aangeven welke oefeningen gedaan moeten worden.

Als er gebruik wordt gemaakt van software in het rekenonderwijs dan neemt de computer een deel van de lestakes van de leerkracht over. Maar dit betekent niet dat de leerkracht hierdoor overbodig is geworden. We zagen in het overzicht hierboven al dat ook de methodegebonden software er feitelijk van uitgaat dat leerlingen eerst instructie van de leerkracht hebben gehad. De programma's bieden een herhaling van die instructie en geven als de leerlingen gaan oefenen ook nog feedback in de vorm van hulpaanwijzingen of herhaalde instructie. Bij het gebruik van rekensoftware is er een belangrijke taak voor de leerkracht weggelegd.

3.3 Huidig gebruik van computerprogramma's in de lespraktijk

Wat is er bekend over hoe leerkrachten de software laten gebruiken in de rekenlessen? Smeets (2005) onderzocht of computersoftware bijdraagt aan krachtige leeromgevingen in het basisonderwijs. Een leeromgeving is krachtig als deze de lerende effectief ondersteunt in zijn leren. Dit zou het best gerealiseerd kunnen worden als er software wordt gebruikt die gericht is op kennisconstructie. De analyses in het onderzoek van Smeets zijn gedaan aan de hand van vragenlijsten voor leerkrachten. Het bleek dat de meeste leerkrachten onvoldoende gebruik maken van ICT en dat het gebruik van software geen bijdrage levert aan een krachtige leeromgeving. Educatieve softwareprogramma's werden volgens deze onderzoeker eerder gebruikt als een aanvulling op het dagelijkse lesprogramma dan als hulpmiddelen om het leren van leerlingen te ondersteunen en hen in staat te stellen om kennis toe te passen. De auteur concludeerde verder dat leerkrachten die geloofden in de kracht van ICT en zelfverzekerd waren over hun eigen kennis van ICT, eerder geneigd waren om kennisconstructie door gebruik van software te stimuleren. Maar, leerkrachten geven aan dat de inzet van ICT in het onderwijs erg afhankelijk is van het aantal beschikbare computers in de klas.

Sneep & Kuiper (2010) onderzochten de perceptie van basisschoolleerlingen over het gebruik van methodegebonden software in het rekenonderwijs. In de groepen 7 en 8 van de basisschool die werken met methodegebonden rekensoftware werd onderzocht hoe leerlingen het gebruik van de software ervaren, in vergelijking met het rekenen met hun rekenboek en – schrift. Hieruit bleek, dat leerlingen het werken met software niet eens altijd even leuk vinden. Net als bij het onderzoek van Smeets, blijken de meeste leerkrachten het gebruik van de rekensoftware namelijk als extra te zien en het daarom niet systematisch in te zetten in de rekenles. Het eigenlijke rekenwerk wordt dus nog uit de rekenboeken gedaan en er is geen evenwichtige spreiding tussen computerwerk en schriftelijk werk. Uit Smeets (2005) blijkt verder dat de meerderheid van de leerkrachten de vorderingen en prestaties van de leerlingen met de software niet bijhoudt. Men zegt daarvoor gebrek aan tijd of gebrek aan kennis te hebben.

Dit hoofdstuk liet zien dat er veel oefenprogramma's beschikbaar zijn voor het Nederlandse basisonderwijs. Dit is in overeenstemming met de literatuur die aangeeft dat het gebruik van oefenprogramma's significant is toegenomen in de afgelopen jaren (Kennisset, 2010). Daarnaast is het opvallend dat slechts weinig programma's beschikbaar zijn voor Meten en meetkunde en Toepassingsopgaven. Een verklaring hiervoor kan zijn dat er aan algemene software voor deze subdomeinen niet zo veel behoefte is en dat de scholen zich vooral richten op de hoofdbewerkingen. Juist specifieke programma's op deze laatste rekenonderdelen lijken favoriet te zijn in het Nederlandse basisonderwijs. De meeste leerkrachten gebruiken de rekensoftware als extraatje in de rekenlessen, vooral voor leerlingen die eerder klaar zijn (vooral algemene software) en voor leerlingen die extra oefening nodig hebben omdat ze bepaalde leerstof niet goed beheersen (methode software). Concluderend kunnen we stellen dat de meeste methodegebonden software de kenmerken van een adequaat instructieprogramma heeft uitgewerkt. Vooral ook aan het voor het leren zo belangrijke kenmerk 'instructie en feedback'. Dit onderdeel is in de algemene programma's vaak weinig uitgewerkt of ontbreekt. De algemene en methodegebonden programma's zijn vooral gericht op kennisoverdracht met veelvuldig oefenen en automatiseren. De leerkracht moet voorafgaand aan het oefenen instructie geven. Ook al biedt de software instructie. Die instructie bestaat dan vaak uit herhaling van wat de leerkracht in de les aanbiedt en komt overeen met de handleiding in de methode. Maar, in methodegebonden software is er vaak de mogelijkheid tot (herhaalde) instructie voorafgaande aan het maken van de opgaven en er wordt inhoudelijke feedback gegevens als opgaven fout worden beantwoord. Ook wordt daarin vaker een overzicht van fouten geboden, maar de leerkracht moet inschatten waar de leerling op een bepaald moment aan toe is. Over het algemeen kan worden gezegd dat zowel de algemene als de methodegebonden programma's de leerling sturen. De leerling heeft weinig mogelijkheden om zelf keuzes te maken en nieuwe kennis te ontdekken.

Leerkrachten blijken de software niet systematisch in te zetten in de rekenles (Smeets, 2005) en leerlingen waarderen het daarom minder dan zou kunnen (Sneep en Kuiper, 2010). Er is mede vanwege de behoefte aan herhalingsstof vooral belangstelling voor gestructureerde oefenprogramma's. De huidige programma's voldoen aan die behoefte, hoewel de leerkracht

zelf de oefenstof moet afstemmen op de vaardigheden van de leerlingen. Methodegebonden of algemene software: de leerkracht blijft ook belangrijk voor het rekenen als computers worden gebruikt.

4. Voorbeelden van effectieve computerondersteuning

4.1 Een overzichtstudie

Er is door Jacobse en Harskamp (2011) een zogenoemde meta-analyse gedaan waarin studies op een rij zijn gezet naar effecten van rekenmethodieken op het gebied van getalbegrip, hoofdbewerkingen, verhoudingsrekenen, meten, meetkunde en toepassingsgericht rekenen. In deze meta-analyse van studies van de afgelopen 10 jaar bleek dat veel gebruik wordt gemaakt van computerprogramma's. Maar daarnaast ook van lesgeven zonder computer.

Jansen (2011) heeft uit de geselecteerde studies van Jacobse en Harskamp (2011) de studies geselecteerd waarin de computer een hoofdrol of de enige rol speelde afzonderlijk. Er zijn in totaal 21 verschillende internationale studies bekeken. Vaak ging het dan om een vergelijkingsgroep (zogenoemde 'controlegroep') die gewoon doorging met het rekenonderwijs op school, terwijl de experimentele groep in een deel van de rekentijd een nieuw softwareprogramma volgde. De gemiddelden van groepen leerlingen in beide groepen zijn vergeleken, en met het verschil is uitgerekend hoe groot het effect van de softwareprogramma's is. De zogenoemde effectgroottes laten zien hoeveel het verschil is tussen de experimentele en vergelijkingsgroep uitgedrukt in standaardmaten voor verschil. We spreken van standaarddeviatie verschil (sd) Hattie (2009) geeft als richtlijn dat 0.20 sd een zeer klein verschil aangeeft, 0.40 sd een gemiddeld verschil en 0.80 sd een groot verschil. We geven eerst de gemiddelde effectgrootte per rekenonderdeel (subdomein) en bespreken vervolgens de verschillende onderdelen

Over het algemeen heeft computerondersteuning een positief effect op het ontwikkelen van rekenvaardigheden bij basisschoolleerlingen. De effectgrootte over alle studies heen berekend is gemiddeld (.48 sd, zie tabel 4.1). Het subdomein verhoudingen is echter een uitzondering; voor dit domein is gemiddeld geen effect gevonden.

Tabel 4.1 Gemiddelde effectgroottes per subdomein (naar Jansen, 2011)

Subdomein	Aantal studies	Gemiddelde effectgrootte	Verskil experimenteel en controle
Getalbegrip	3	.73 sd	vrij groot
Bewerkingen	7	.54 sd	gemiddeld
Verhoudingen	3	.02 sd	geen
Geometrie / meetkunde	4	.69 sd	vrij groot
Toepassingsopgaven	4	.77 sd	groot
totaal	21	.48 sd	gemiddeld

De studies uit de meta-analyse maken gebruik van instructieprogramma's. De programma's voldoen aan een bepaalde structuur (zie ook hoofdstuk 3). Er is een introductiescherm welke de leerling informeert over het doel van het programma en vervolgens is er een cyclus van (1) instructie en uitleg, (2) de leerling die een vraag beantwoordt, (3) het programma dat het antwoord beoordeelt, (4) waarna de leerling feedback ontvangt om zo zijn / haar begrip en rekenvaardigheden te verbeteren of te verdiepen. Vervolgens bepaalt het programma welke leerstof verder behandeld wordt.

4.2 Voorbeelden van software

We geven enkele voorbeelden van 'bewezen effectieve educatieve computerprogramma's voor rekenen die een bron van inspiratie kunnen vormen voor het basisonderwijs.

In de voorgaande hoofdstukken is naar voren gekomen dat er weinig educatieve software op het gebied van rekenen beschikbaar is die zich richt op kennisconstructie. De meeste software richt zich op kennisoverdracht waarbij veelvuldig geoefend wordt volgens een vaste volgorde. Toch is het belangrijk dat ook kennisconstructie een plaats krijgt in de rekensoftware omdat leerlingen daarmee leren zelfstandig problemen op te lossen. Binnen het rekenonderwijs is dat een van de hoofddoelen (Nootboom, 2009). Kinderen werken vaak gemotiveerdere met computerprogramma's die gericht zijn op kennisconstructie omdat ze daarin meer keuzevrijheid krijgen (Sneep & Kuiper, 2010).

In dit hoofdstuk worden drie voorbeelden van rekensoftware besproken waarin kennisconstructie het doel is. De programma's sluiten goed aan bij de criteria van effectieve rekensoftware. De programma's zijn:

1. Building Blocks (Amerikaans)
2. ST Mat (Amerikaans)
3. Digitale Tangram (Turks)
4. De Takentrap (Nederlands)

De programma's zijn niet direct verkrijgbaar, maar geven wel aan hoe effectieve software rekenen kan worden vormgegeven en hoe daarmee in de klas moeten worden omgegaan.

Building Blocks (getalbegrip)

Building Blocks (Samara & Clements, 2004) is een voorbeeld van een effectieve rekenaanpak voor groep 2 en 3 van het basisonderwijs. Building Blocks combineert rekensoftware met andere materialen die het rekenkundig denken ontwikkelen zoals, blokken, liedjes, verhalen en puzzels. Op deze manier worden drie mediatypes gecombineerd: computer, alledaagse objecten en print. De kracht van Building Blocks is dat dit lesprogramma volledig gebaseerd is op wetenschappelijk onderzoek (Clements & Samara, 2007).

De rekensoftware van Building Blocks bestaat uit verschillende oefeningen. De oefeningen zijn opgebouwd naar niveaus. Een belangrijk onderdeel van de oefeningen is het vrij

ontdekken. In dit onderdeel mogen de kinderen zelf problemen bedenken die een ander dan op kan lossen.



Figuur 4.13. Double Trouble

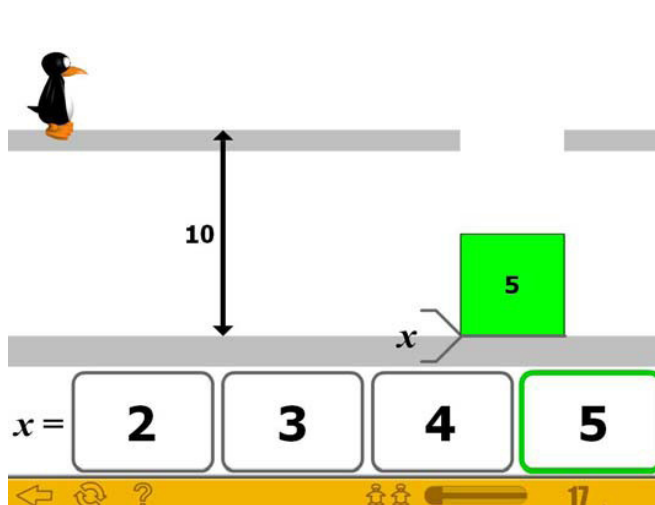
Een voorbeeld van een oefening is 'Double Trouble', waarin kinderen koekjes mogen versieren. De oefening bestaat uit vijf niveaus en daarnaast een mogelijkheid tot vrij ontdekken. In het eerste niveau kiezen kinderen een koekje met hetzelfde aantal stippen als een gegeven koekje. In het vijfde niveau moeten kinderen een koekje 'verbeteren' dat te weinig stippen heeft. Bij het vrije ontdekken bedenken kinderen koekjesproblemen voor andere kinderen.

Een andere oefenvorm is om leerlingen garneringen met worstjes, visjes of fruit voor een pizza te laten maken. Vervolgens wordt de pizza in een doos gelegd en daarna gaat het deksel dicht. De leerlingen moeten het aantal garneringen onthouden en hetzelfde aantal op een andere pizza leggen. Het programma vergelijkt de aantallen en geeft feedback nadat de leerlingen antwoord hebben gegeven. Het programma past het niveau (aantal mogelijkheden en grootte van de hoeveelheden) aan op de prestaties van de leerlingen; bij goede prestaties gaat het niveau omhoog, bij slechte prestaties gaat het niveau omlaag.

Bij elke speelse oefening wordt het kind eerst uitleg gegeven om later zelf problemen te bedenken en de eigen kennis uit te breiden en toe te passen. Onderzoek van Clements & Samara (2007) laat zien dat leerkrachten kunnen worden getraind om klassikaal en ook in kleine groepjes korte rekenlessen te geven en om leerlingen vervolgens op individueel niveau te laten oefenen met de rekenoefeningen op de computer. De gecombineerde benadering van werken onder leiding van de leerkracht en speelse oefeningen op de computer leiden tot leerwinst. De motivatie van kinderen voor het werken met rekenproblemen op de computer neemt toe. Het onderzoek laat zien dat het vergelijken van hoeveelheden, maar ook het aanvullen van hoeveelheden, het meten van objecten en het gebruik van getallen aanzienlijk verbeteren. De leerlingen leren niet alleen vaardigheden maar kunnen ze ook toepassen in nieuwe situaties en zelf problemen bedenken voor andere kinderen. Het onderzoek is gedaan bij leerlingen uit achterstandssituaties.

Spatial-Temporal Math (bewerkingen)

Tabel 3.1 geeft aan dat er een gemiddeld positief effect van computerondersteuning is op het verbeteren van bewerkingen met hele getallen. Een voorbeeld van effectieve software voor het oefenen met bewerkingen is *ST Math*. Het programma gaat ervan uit dat veel fundamentele rekenconcepten, zoals getallen en hun bewerkingen, visueel kunnen worden gepresenteerd door middel van geïllustreerde afbeeldingen. In dit instructieprogramma lossen leerlingen visueel gepresenteerde opgaven op. Rutherford en collega's deden er uitgebreid onderzoek naar in verschillende leerjaren in het primair onderwijs.



Figuur 4.2 ST Math

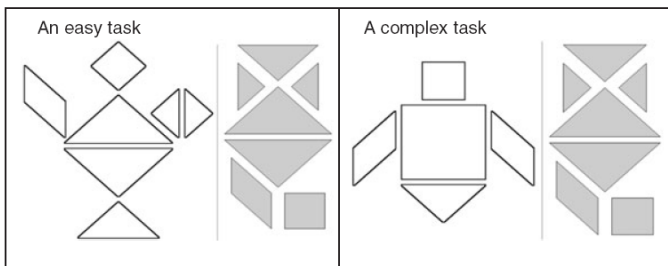
Leerlingen moeten bepalen welke hoogte het blok moet hebben dat onder het groene blok met hoogte 5 moet worden geplaatst om zo de 'brug' af te maken van hoogte 10. Het blok vult het ontbrekende stuk van de brug (de grijze lijn) in, zodat JiJi de pinguïn naar de rechterkant van het scherm kan lopen. De bedoeling van deze oefening is dat de leerling via doortellen vanaf 5, of door het kennen van rekenfeiten, tot het goede antwoord komt.

Getallen worden bij deze opgave voorgesteld als stapelbare blokken. De leerlingen moet in dit geval een blok kiezen dat precies past. Er zijn ook andere oefeningen waarbij twee of drie blokken moeten worden gebruikt en andere probleemsituaties. Feedback wordt gegeven bij zowel goede als foute antwoorden. Bij een fout antwoord wordt een veel gebruikte strategie van leerlingen aangeboden en wordt de leerling op weg geholpen. Wanneer de leerling een vraag goed beantwoord heeft, volgt een nieuwe opdracht van een iets moeilijker niveau. Leerlingen werken in hun eigen tempo elke spel uit het programma door.

Tabel 3.1 laat zien dat computerondersteuning gemiddeld geen effect heeft op de rekenvaardigheden met betrekking tot verhoudingen van leerlingen in het basisonderwijs. Van de drie studies die zich richtten op verhoudingen, vond uiteindelijk één studie positieve effecten van computerondersteuning op de rekenvaardigheden in breuken bij leerlingen uit groep zes en zeven. De betreffende computerondersteuning is hetzelfde programma als hierboven beschreven, namelijk *ST Math*. De lezer met behulp van het bovenstaande voorbeeld met *ST Math* een beeld vormen van de opzet van een effectief programma voor verhoudingen. Instructie vooraf, het gebruik van goede visuele modellen om rekenhandelingen duidelijk te maken, adequate feedback gericht op veel voorkomende oplossingswijzen van leerlingen en een systematische ordening van leerstof zijn de belangrijkste ingrediënten.

Digitale Tangram (meetkunde)

Uit tabel 3.1 blijkt dat een gemiddeld positief effect gevonden is voor computerondersteuning op geometrie / meetkunde bij leerlingen in het basisonderwijs. Figuur 3.3 toont een voorbeeld oefenprogramma uit de studie van Olkun, Altun en Smith (2005) die het effect van computergebaseerde Digitale Tangrapuzzels onderzochten. Met behulp van deze puzzels onderzoeken de leerlingen geometrische figuren als rechthoek, vierkant, driehoek en ruit. Ze leren overeenkomsten en verschillen zien tussen de figuren. Bijvoorbeeld: twee grote (gelijkbenige, rechthoekige) driehoeken vormen samen een vierkant, een ruit kun je met twee driehoeken aanvullen tot een rechthoekige figuur. Daarnaast leren de leerlingen om figuren te draaien en te verschuiven om ze te laten passen in een figuur dat ze moeten leggen. In totaal zijn 40 Tangrapuzzels variërend in moeilijkheidsgraad beschikbaar. Figuur 3.3 laat links een voorbeeld van een eenvoudige taak zien en rechts een voorbeeld van een complexe taak. De doelgroep betreft leerlingen uit groep zes en zeven.

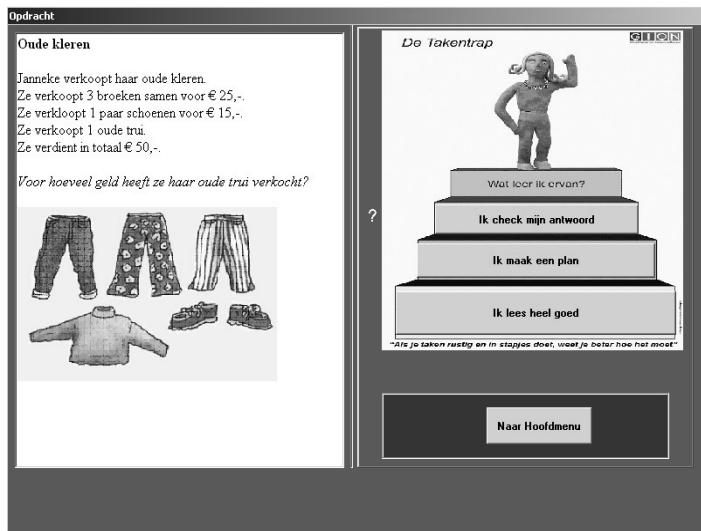


Figuur 4.3 Digitale Tangrapuzzels

Leerlingen moeten een puzzel oplossen door de donkere stukjes rechts in te passen op de figuur links. In de makkelijke taak hoeven er nog geen stukjes te worden samengenomen. De leerlingen moet sommige stukjes (geometrische figuren wel draaien). In de moeilijker taak moeten een vierkant en een ruit worden samengesteld en stukjes geroteerd.

Takentrap (toepassingsopgaven oplossen)

Het computerprogramma Takentrap Rekenen is in 2009 ontwikkeld (Jacobse, 2009). Het biedt leerlingen van de bovenbouw basisonderwijs systematische hulpaanwijzingen voor het zelfstandig oplossen van toepassingsopgaven rekenen. Het programma is ontwikkeld voor de groepen 6 en 7. De Takentrap bestaat uit de stappen 'Ik lees heel goed' (oriëntatie), 'Ik maak een plan' (planning), 'Ik check mijn antwoord' (evaluatie) en 'Wat leer ik ervan?' (reflectie). Binnen elke stap van de Takentrap is er een auditieve hint, vaak ondersteund door afbeeldingen. De leerling kan als hij of zij niet zelf een opgave goed beantwoord hulp aan klikken. Dat is niet verplicht, maar de hulp geeft de leerlingen aanwijzingen. Na korte tijd begrijpen leerlingen dat je met de hints vaak tot een goede oplossing komt.



Figuur 4.4 De Takentrap

De leerling leest de opgave. Het gaat om de vraag voor hoeveel een oude trui is verkocht.

Begrijpt de leerling de opgave niet dan is daar de hulpknop: Ik lees heel goed. Er verschijnt een hint (gesproken tekst met visueel model). Hierna kunnen stap voor stap de andere hints worden aangeklikt. De leerlingen moeten leren om de hints systematisch te gebruiken, als ze zelf het antwoord niet kunnen vinden.

Voordat leerlingen de hints gaan gebruiken moeten ze voor zichzelf de stappen nalopen en bedenken of ze de opgave kunnen oplossen. De bedoeling is dat de leerlingen op deze manier leren om toepassingsopgaven systematisch aan te pakken ook zonder het programma.

De systematiek van de Takentrap kan ook gebruikt worden door de leerkracht bij de gewone rekeninstructie aan de klas. Er wordt een afbeelding van de Takentrap (op een poster of geprojecteerd op het digitale schoolbord) beschikbaar om de leerlingen te stimuleren tot probleemoplossend denken. Leerkrachten moeten van tevoren hints bedenken bij de opgave die ze met de Takentrap willen oplossen.

Onderzoek van Jacobse (2009) laat zien dat zowel oefening met een computerprogramma met de Takentrap als instructie in de klas effectief kunnen zijn voor de verbetering van de aanpak van problemen door de leerlingen. De training van leerlingen met het computerprogramma op zich had een gemiddeld effect. Als de instructie in de klas en het computerprogramma gecombineerd worden aangeboden blijkt dit de leerwinst te vergroten.

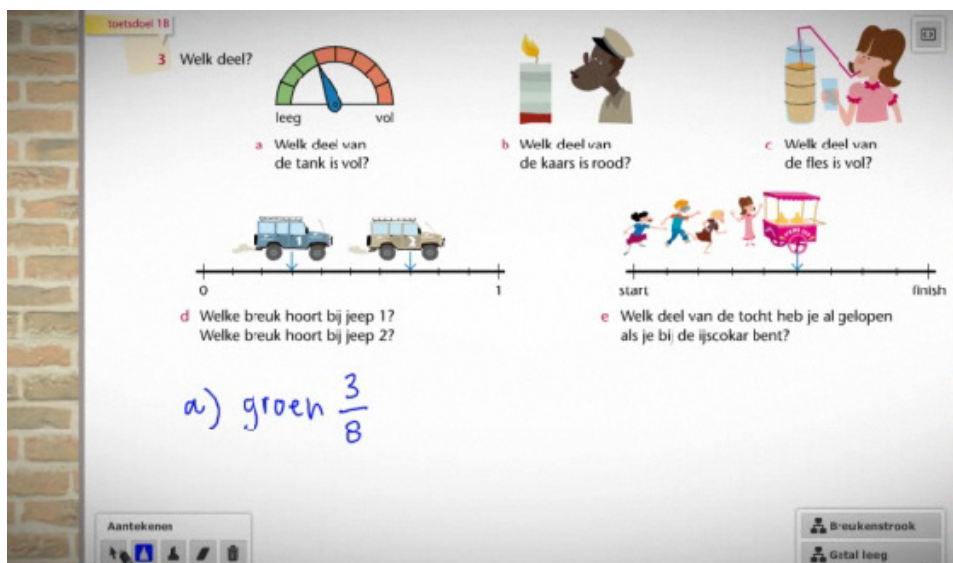
In vervolgonderzoek (de Kock, 2010) is nagegaan of het gebruik van het computerprogramma met de Takentrap en systematische hulpaanwijzingen tot betere resultaten leidt in het oplossen van toepassingsopgaven reken/wiskunde dan het gebruik van het programma zonder hints. Het raadplegen van hulpaanwijzingen houdt in dat leerlingen zowel procedurele als inhoudelijk uitleg krijgen over de stap in het oplossingsproces die ze hebben opgevraagd. Uit de resultaten op een toets probleemoplossen blijkt dat er een middelgroot effect is van gebruik van het computerprogramma met hints in vergelijking met gebruik van het programma zonder hints. Na gebruik van de Takentrap zijn leerlingen beter in staat om toepassingsopgaven op te lossen dan leerlingen uit de controlegroep. Leerlingen leren geleidelijk aan om ook zonder hulpaanwijzingen een systematische aanpak te volgen om zo hun rekenkennis zo optimaal mogelijk te benutten in nieuwe situaties.

De hierboven getoonde voorbeelden geven aan dat kennisconstructie in veel programma's wordt voorbereid met kennisoverdracht. Vaak wil men dat leerlingen eerst de basis begrijpen voordat ze zelf op onderzoek uitgaan of kennis gaan toepassen. We zien dat vooral bij het programma Building Blocks (hoeveelheden vergelijken eerst leren dan zelf opgaven maken voor medeleerlingen). Alle voorbeelden, dus inclusief ST Math (met blokken optellen en aftrekken), de Digitale Tangrapuzzels (vlakke geometrische vormen om figuren te vullen) en vooral ook De Takentrap (hulp bij oplossen van toepassingsopgaven) is er altijd hulp voor leerlingen die vast lopen. Meest kenmerkend voor succesvolle programma's gericht op kennisconstructie is dan ook wel dat er bij een (half) open probleem altijd hulp op de achtergrond is. Leerlingen mogen zelf kiezen welke volgorde ze opdrachten doen en of ze hulp willen gebruiken als ze niet verder kunnen.

Leerkrachten kunnen met hun klas ook een dergelijke benadering toepassen. Bijvoorbeeld door op het digitale schoolbord een rekenprobleem uit een oefenprogramma te geven en leerlingen daar eerst even aan te laten werken. Daarna kan de leerkracht om suggesties vragen en bijvoorbeeld leerlingen een hulpaanwijzing geven (bijvoorbeeld in een Powerpoint dia die de leerkracht heeft voorbereidt). De leerlingen krijgen daarna de kans in tweetallen even te overleggen. Vervolgens worden de oplossingen samen kort doorgesproken. Een dergelijke aanpak wordt onder meer in het natuurkundeonderwijs met succes toegepast (Mazur, 1997).

5. Effectief computergebruik veronderstelt een actieve rol van de leerkracht

Om leerkrachten de beschikbare software effectiever te laten gebruiken tijdens de rekenles kan gebruik worden gemaakt van het digitale schoolbord om groepsgewijze instructie te geven. In de bestaande methodegebonden rekensoftware gaat het vaak om oefeningen of probleemsituaties die met enige herhaalde uitleg vanuit het programma aan de leerlingen worden gepresenteerd. De leerkracht kan echter, om het gebruik van het programma te bevorderen bij nieuwe rekenstof of nieuwe lessen direct beginnen met digitale uitleg. De stof uit de rekenboekjes staat namelijk ook in de software die op het digitale schoolbord kan worden getoond. Figuur 5.1 geeft een voorbeeld van een les in groep 6. Het gaat om breuken zien als deel van een geheel.



Figuur 5.1: rekeninstructie met digitaal schoolbord

In opgave 3 moet de leerling aflezen dat het om 3 van de 8 delen gaat. De leerlingen kunnen eerst zelf de opgave proberen op te lossen. De leerkracht schrijft vervolgens op het bord een hint (bijvoorbeeld: ? van de 8 is groen...) en de leerlingen proberen het opnieuw of kijken hun antwoord na. De leerkracht geeft beurten en bespreekt de antwoorden. Daarna schrijft de leerkracht het antwoord op het bord (zie figuur 5.1). Ze kan bij haar uitleg eventueel gebruik maken van vooraf gegeven (leeg) visueel model. Rechts onder in beeld staan twee modellen: breuken strook en lege getallenlijn.

In de methodegebonden software zijn vaak alle opgaven uit de handleiding per les opgenomen. Het vereist weliswaar inzicht en voorbereiding van de leerkracht om deze software op een goede manier te gebruiken: opgaven voor uitleg moeten worden geselecteerd en hulpaanwijzingen worden bedacht. Maar, het lesgeven door eerst zelf te laten proberen en dan een hint te geven gevolgd door beurten is een manier om alle leerlingen actief bij de uitleg

te betrekken. De leerkracht kan de uitleg differentiëren door met instructiegroepjes te werken (Slavin & Smith, 2008). Niet alle leerlingen hebben dezelfde instructiebehoeften.

Om dergelijke software met succes te gebruiken zijn er verschillende aanpakken mogelijk. Eén ervan gaat uit van het model van directe instructie (Hattie, 2009). Een leerkracht zal zich bij de lesvoorbereiding moeten afvragen:

- Welke doelen wil ik deze week met de klas bereiken
- Welke opgaven selecteer ik deze week uit de rekenmethode om met mijn groep te bespreken?
- Welke uitleg wil ik geven (in het voorbeeld hierboven laat het visuele model weinig te raden over, beter is het om de leerlingen eerst zelf te laten tekenen of rekenen en dan een oplossing op het bord te bespreken)?
- Voor welke verschillende rekenniveaus in mijn groep wil ik opgaven aanbieden?
- Hoe geef ik feedback die de leerlingen motiveert?

We geven een voorbeeld hoe een leerkracht het digitale schoolbord voor instructie en evaluatie kan gebruiken.

Uit de rekenstof van een lesweek haalt de leerkracht de kernopgaven. De opgaven bestrijken het basisniveau en een hoger niveau. De leerkrachten gebruikt deze opgaven voor klassikale uitleg gedurende de week en laat er een aantal over voor toetsing en bespreking aan het einde van de week. Elke rekenles zou kunnen beginnen met een korte klassikale instructie over de basisstof. Er worden op interactieve wijze (vraag-en-antwoord methode) een aantal kernopgaven uitgelegd met het digibord. De leerlingen krijgen per opgave eerst de kans om zelf een antwoord te geven door hand op steken, dan legt de leerkracht al vragend aan de leerlingen de opgave uit en schrijft de uitwerking op het digibord. De leerkracht laat leerlingen de uitwerking in het schrift schrijven zodat ze weten hoe ze een dergelijke opgave moeten oplossen. Regelmatig wordt ook een opgave van hoger niveau besproken waarbij de goede rekenaars extra aandacht krijgen.

Daarna volgt de verwerkingsfase en gaan leerlingen zelfstandig aan de slag met hun rekenboek of met de rekensoftware. Er is een roulatiesysteem waardoor leerlingen een deel van de oefenopgaven uit de methode via een softwareprogramma doen. Hiermee wordt het werken uit het schrift gevarieerd en krijgen leerkrachten een extra manier om na te gaan hoe goed leerlingen de stof begrijpen. De leerlingen maken in deze fase de opgaven uit de methode die aansluiten bij hun niveau van rekenvaardigheid. De leerkracht herhaalt met de zwakke rekenaars op het digibord de instructieoefeningen, laat hen hardop denken en gaat in op de fouten de leerlingen maken.

Aan het einde van een lesweek is er een toetsles. De leerkracht neemt enkele kernopgaven en gebruikt ze via het digitale schoolbord als toetsopgaven. In deze toetsles biedt de leerkracht bijvoorbeeld vier opgaven op basisniveau aan en daarna voor goede leerlingen ook twee opgaven van hoger niveau. De leerlingen krijgen per opgave eerst de kans om zelf een antwoord te geven, dan volgt er een hint die de leerkracht op het digibord klaar heeft staan en vervolgens is er een tweede kans om te antwoorden. (Het is ideaal als de leerkracht

voor het toetsen gebruik kan maken van digitale stemkastjes. De leerkracht kan dan op de eigen laptop of op het digibord laten zien hoe de leerlingen hebben gestemd en welke foute antwoorden veel zijn gekozen.)

Tot slot is er in de toetsles de fase van herhaling. De leerlingen maken in deze fase de herhalingsopgaven uit de methode die aansluiten bij hun niveau van rekenvaardigheid. De leerkracht herhaalt met de zwakke rekenaars op het digibord de vier toetsopgaven en stelt gerichte vragen over de oplossingsaanpak. De leerkracht laat de zwakke leerlingen zo nodig met behulp van concreet materiaal of een schema uitleggen hoe ze de opgaven dienen op te lossen. Na circa 15 minuten extra uitleg aan de zwakke rekenaars gaat de leerkracht de andere leerlingen begeleiden en kijkt of de leerstof is begrepen. In een korte nabespreking van de toetsles laat de leerkracht sommige leerlingen een opgave uit de door hen gemaakte herhalingsstof uitleggen en vraagt de anderen hierop te reageren als ze het ook zo of anders hebben gedaan. Het digibord wordt gebruikt. De leerkracht zorgt er in de bespreking voor dat veel leerlingen de kans krijgen om een juiste oplossingsaanpak te verwoorden of een foute aanpak te verbeteren. De leerlingen krijgen op deze manier een indruk hoe goed ze de stof van een lesweek beheersen en op welk niveau, zodat ze gemotiveerd worden de volgende week verder te gaan. Wanneer wekelijks in de toetsles blijkt dat de meeste leerlingen goed vooruitgaan dan gaan leerkrachten ook geloven in de effectieve werking van ICT.

In veel gevallen is er bij de algemene oefenprogramma's en methodegebonden rekensoftware een uitgebreid registratiesysteem beschikbaar. Het is belangrijk dat leerkrachten hier gebruik van maken zodat ze leerlingen hulp op maat kunnen bieden. Naast een registratiesysteem beschikt veel rekensoftware ook over een beheersysteem. Hierin kunnen leerkrachten aangeven wat een specifieke leerling op een specifieke dag zou moeten oefenen. Als uit het registratiesysteem blijkt dat een leerling moeite heeft met de tafel van 8 kan een leerkracht in het beheersysteem de leerstof voor de leerling aanpassen. Op deze manier kan er gedifferentieerd worden geoefend.

Het gebruik van het digitale schoolbord met schrijffunctie, het invoegen van extra informatie en het beheersysteem voor de leerling-software vereisen enige ICT kennis en tijd van leerkrachten. De inzet zal er komen als leerkrachten ervaren dat er door deze manier van werken meer leerwinst kan worden behaald en leerlingen gemotiveerder zijn voor de lessen.

6. Conclusie en aanbevelingen

Uit peilingonderzoek van de afgelopen jaren wordt duidelijk dat het rekenniveau van leerlingen eind groep 8 van de Nederlandse basisschool gemiddeld genomen niet is vooruitgegaan. Er is een kleine vooruitgang op het gebied van getalbegrip en schattend rekenen en een kleine achteruitgang op het gebied van cijferend vermenigvuldigen en delen, meten en ruimtelijke meetkunde (Straetmans & Eggen, 2005). Scholen ondernemen activiteiten om rekenachterstanden terug te dringen, maar beschikken meestal niet over indicaties dat dit met succes gebeurt. Internationaal rekenonderzoek laat zien dat er een achteruitgang is in de rekenprestaties van de Nederlandse leerlingen ten opzichte van de leerlingen in de ons omringende landen.

Er wordt in Nederlandse basisscholen in vergelijking met basisscholen uit andere landen beduidend minder lestijd besteed aan het geven van instructie en uitleg aan leerlingen en meer aan het zelfstandig laten werken. Uit onderzoek van de onderwijsinspectie komt echter naar voren dat scholen met goede rekenprestaties doorgaans systematische evaluaties doen van de beheersing van de rekenstof, onderwijsaanbod uitvoeren, basisleerstof voor alle leerlingen aanbieden en extra leerstof voor goede rekenaars, hoge actieve leertijd op school hebben, regelmatige en duidelijke uitleg geven van rekenstrategieën en extra programma's inzetten voor leerlingen die achterblijven. Naast deze basis voor goed onderwijs kan het uitmaken op welke manier leerlingen uitleg krijgen. Sommige manieren van uitleg zullen effectiever zijn dan andere. Onderzoek van Kennisnet (2010) laat zien dat bij de uitvoering van onderwijs meer en meer gebruik gemaakt wordt van computers, tegelijkertijd wordt duidelijk dat het gebruik van computers in de rekenles waarschijnlijk effectiever kan met meer profijt voor de leerlingen (Smeets 2005).

We zijn in dit artikel nagegaan wat uit onderzoeksexperimenten in scholen de afgelopen jaren naar voren is gekomen over effectieve instructiemethoden voor het verwerven van rekenvaardigheid en toepassing. Er wordt vooral gekeken naar de rol van de leerkracht en de computer.

In een overzicht van onderzoek naar rekeninstructie met de computer concludeert Jansen (2011) dat succes in het bereiken van goede rekenprestaties vooral zit in een goede opbouw en systematisch aanbod van de leerstof, regelmatige oefening en gebruik van visualiseringen die passen bij strategiegebruik van leerlingen. Een groot voordeel van het gebruik van computerprogramma's is dat ze individuele leerlingen gepaste uitleg en feedback kunnen geven. Dat kan een leerkracht niet in die mate als een computerprogramma. Bij gebruik van computerprogramma's kan de leerkracht soms volstaan met het voorbereiden van leerlingen en kunnen leerlingen daarna zelf hun weg vinden in het instructieprogramma. Maar dit is lang niet altijd het geval. Educatieve computerprogramma's moeten aan bepaalde kenmerken voldoen om een waardevolle bijdrage te kunnen leveren aan het onderwijs. Een goed instructieprogramma moet voldoen aan een bepaalde structuur: (1) een onderdeel (les) wordt

geselecteerd en de leerling krijgt instructie, (2) de leerling krijgt een verwerkingsopgave en geeft antwoord, (3) het programma controleert of het antwoord goed is, (4) de leerling ontvangt feedback over het antwoord (meestal goed / fout) en inhoudelijke aanwijzingen om het antwoord te verbeteren. Dan gaat de leerling door of herhaalt de opgave. Voor de inpassing in het onderwijs is het verder van belang dat er voor de leerkracht (5) een overzicht wordt geregistreerd is van de gemaakte opgaven en (6) een analyse wordt gemaakt van de fouten die de leerling maakt, met het oog op (7) planning van aangepaste herhaling als dat nodig is. Het programma kan een voorstel voor een planning leveren op grond van de analyse van fouten.

Algemene en methodegebonden software is bekeken ten aanzien van deze criteria en de uitkomsten zijn als volgt. Algemene software bevat minder vaak instructie en inhoudelijke feedback voor de leerlingen. De algemene en methodegebonden programma's zijn vooral gericht op kennisoverdracht met veelvuldig oefenen en automatiseren. De leerkracht moet voorafgaand aan het oefenen instructie geven. Bij methodegebonden software instructie geeft het programma vaak herhaling van wat de leerkracht in de les aanbiedt. De instructie komt overeen met de handleiding in de methode. In methodegebonden software wordt er vaker een overzicht van fouten geboden, maar ook daar moet de leerkracht inschatten waar de leerling op een bepaald moment aan toe is. Bij gebruik van algemene software moet de leerkracht zelf geschikte leerstof selecteren en voorafgaande instructie geven die past bij de aanpak vanuit de rekenmethode. Over het algemeen kan worden gezegd dat zowel de algemene als de methodegebonden programma's de leerling sturen. De leerling heeft weinig mogelijkheden om zelf keuzes te maken en nieuwe kennis te ontdekken.

Leerkrachten blijken de software niet systematisch in te zetten in de rekenles (Smeets, 2005) en leerlingen waarderen het daarom minder dan zou kunnen (Sneep en Kuiper, 2010). Er is mede vanwege de behoefte aan herhalingsstof vooral belangstelling voor gestructureerde oefenprogramma's. De huidige programma's voldoen aan die behoefte. Maar, bij effectief software gebruik blijft de leerkracht belangrijk voor planning, instructie en evaluatie van de verwerking van de leerstof.

In hoofdstuk 4 zijn een viertal voorbeelden gegeven van software die is onderzocht op effectiviteit voor de leerlingen. De programma's besteden veel aandacht aan kennisoverdracht en het aanleren van basisvaardigheden rekenen. Daarnaast is er aandacht voor toepassing van kennis in nieuwe situaties. Men wil echter dat de leerlingen eerst de basis begrijpen voordat ze zelf op onderzoek uitgaan of kennis gaan toepassen. We zien dat bijvoorbeeld bij het programma Building Blocks: de leerlingen moeten eerst het hoeveelheden vergelijken leren om het daarna toe te passen door zelf opgaven te maken voor medeleerlingen. In de programma's Building Blocks, ST Math (met blokken optellen en aftrekken), Digitale Tangrapuzzels (vlakke geometrische vormen om figuren te vullen) en De Takentrap (inhoudelijke en procedurele hulp bij oplossen van toepassingsopgaven) is er steeds sprake van visuele modellen of oplossingschema's waar leerlingen houvast aan hebben. Meest kenmerkend voor deze succesvolle programma's is dat er bij een opgave voor de leerling altijd hulp op de achtergrond is. Leerlingen mogen zelf kiezen welke volgorde ze opdrachten doen en of ze hulp willen gebruiken als ze niet verder kunnen.

Leerkrachten kunnen met hun klas ook een dergelijke benadering toepassen. Bijvoorbeeld door op het digitale schoolbord een rekenprobleem uit een oefenprogramma te geven en leerlingen daar eerst even aan te laten werken. Daarna kan de leerkracht om suggesties vragen en bijvoorbeeld leerlingen een hulpaanwijzing geven (bijvoorbeeld door een hulpaanwijzing op het digibord). De leerlingen krijgen daarna de kans in tweetallen even te overleggen. Vervolgens worden de oplossingen samen kort doorgesproken. Een dergelijke aanpak wordt onder meer in het natuurkundeonderwijs met succes toegepast (Mazur, 1997).

In dit verslag is uiteengezet dat de rol van de leerkracht bij de inzet van computers in het (reken)onderwijs van cruciaal belang is. We hebben een aantal hoofdpunten besproken om op te letten:

- Als ICT op een effectieve manier wordt ingezet in het rekenonderwijs kan het bijdrage leveren aan het verbeteren van de leerprestaties van leerlingen. In eerste instantie zal dit nog vaak gebeuren met software die gericht is op kennisoverdracht. Maar door opgaven via het digibord op een open manier aan te bieden kan met leerlingen ook aan kennisconstructie worden gewerkt.
- Het verbeteren van gebruik van ICT lijkt in eerste instantie een inhoudelijk probleem. Met rekensoftware kunnen oefeningen op alle onderdelen van het rekenen op verschillende niveaus worden aangeboden. Met de methodegebonden software gaat dat het eenvoudigst. De leerkracht moet een overzicht van de klas hebben en weten welke groepjes leerlingen welke leerstof aankunnen of nodig hebben. Dat geldt niet alleen voor het individueel verwerken van de leerstof maar ook voor het geven van groepsinstructie met het digibord.
- Registratiesystemen die vaak bij rekensoftware geleverd worden, moeten meer worden gebruikt om rekenvorderingen van de leerlingen bij te houden. Door toetslessen en door individueel werk op de computer kan er een goed overzicht worden verkregen van wat een leerling wekelijks leert en kan hulp op maat worden geboden.
- Het is belangrijk dat leerkrachten ervaringen krijgen in de kracht van ICT. Voorbeelden van interactieve instructie en evaluatie van leerprestaties via het digitale schoolbord kunnen het dagelijks werk met ICT verbeteren.

Literatuur

- Alessi, S.M., & Trollip, S.R. (2001). *Multimedia for learning. Methods and development*. Massachusetts: Allyn & Bacon.
- Clements, D.H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the building blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 136-163.
- Clements, D.H., & Sarama, J. (2008). Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Education Research Journal*, 45, 443-494.
- De Kock, W.D. (2010) *Digitale ondersteuning bij het leren oplossen van toepassingsopgaven rekenen*. Groningen: GION
- Hattie, J. (2009). *Visible Learning: A Synthesis of over 800 Meta-Analyses relating to Achievement*. London: Routledge.
- Hiebert, J., Grouws, D.A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In: F.K. Lester (Ed), *Second Handbook of Research on mathematics teaching and learning*, 371-404. Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Inspectie van het Onderwijs (2008). *Basisvaardigheden rekenen-wiskunde. Een onderzoek naar het niveau van rekenen-wiskunde in het basisonderwijs en naar verschillen tussen scholen met lage, gemiddelde en goede rekenresultaten*. Den Haag: Inspectie van het Onderwijs.
- Jacobse, A. E., & Harskamp, E.G. (2010). Student-controlled metacognitive training for solving word problems in primary school mathematics. *Educational Research and Evaluation*, 15, 447-463.
- Jacobse, A. E. & Harskamp, E. (2011) *A Meta-Analysis of the effects of instructional interventions on students mathematics learning*. Groningen: GION/ RuG
- Jansen, E. B. (2011) *The Effects of Computer Support on Primary School Students' Mathematics Achievement: a Meta-analysis*. Groningen: GION/ RuG
- Kennisnet (2010). *Vier in balans monitor 2010. ICT in het onderwijs: de stand van zaken*. Zoetermeer: Stichting Kennisnet
- Keijzer, R., Os, J. van (2002). Reken-wiskundedidactiek anno 2002. *Tijdschrift voor scholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 20 (3).
- KNAW (2009). *Rekenonderwijs op de Basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen.
- Kroesbergen, E.H., Luit, J.E.H. van (2003). Mathematics interventions for children with special needs. *Remedial and Special Education*, 24, 97-114.
- Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educational Psychology Review*, 22, 215-243.
- Mazur, E. (1997). *Peer Instruction: A User's Manual*, Prentice Hall.

- Mullender-Wijnsma, M. & Harskamp, E. (2011) *ICT in de rekenles. Waar kan het nog beter?* Zoetermeer: Kennisnet
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades.*
- Olkun, S., Altun, A., & Smith, G. (2005). Computers and 2D geometric learning of Turkish fourth and fifth graders. *British Journal of Educational Technology*, 36, 317-326.
- Rutherford, T., Kibrick, M., Burchinal, M., Richland, L.E., Conley, A.M., Osborne, K., Martinez, M. E. (2010). *Spatial temporal mathematics at scale: an innovative and fully developed paradigm to boost math achievement among all learners.* Paper presented at the annual convention of the American Educational Research Association, Denver CO.
- Schoot, F. van der (2008). *Onderwijs op peil. Een samenvattend overzicht van 20 jaar PPO.* Arnhem: CITO.
- Slavin, R. & Smith, D. (2008) Effective Programs in Elementary Mathematics: A Best-Evidence Synthesis. *Review of Educational Research*, 78, 3, 477 – 515.
- SLO (2011). *Leermiddelenplein*. Retrieved June 7, 2011 at: <http://www.leermiddelenplein.nl/>
- Smeets, E. (2005). Does ICT contribute to powerful learning environments in primary education? *Computers & Education*, 44, 343-355.
- Sneep, M. & Kuiper, E. (2010). *Methodegebonden rekensoftware in het basisonderwijs: de mening van leerlingen.* Amsterdam: Vrije Universiteit.
- Straetmans, G., Eggen, T. (2005). Afrekenen op rekenen: Over de rekenvaardigheid van pabo-studenten en de toetsing daarvan. *Tijdschrift voor Hoger Onderwijs*, 23 (3), 123-139.